Cécile Ané
Sébastien Blachère
Djalil Chafaï
Pierre Fougères
Ivan Gentil
Florent Malrieu
Cyril Roberto
Grégory Scheffer

SUR LES INÉGALITÉS DE SOBOLEV LOGARITHMIQUES

Avec une préface de Dominique Bakry et Michel Ledoux

PRÉFACE

Cet ouvrage présente un panorama, sous forme d'introduction accessible au plus grand nombre, autour des inégalités de SOBOLEV logarithmiques. Il a été rédigé par les membres d'un groupe de travail consacré à ce thème à l'Université Paul-SABATIER de Toulouse lors du printemps 1999.

Les inégalités de SOBOLEV logarithmiques sont devenues un outil majeur de l'analyse en dimension infinie, tout en jouant aussi un rôle en dimension finie. Nées au début des années soixante-dix avec les travaux sur l'hypercontractivité de NELSON en théorie quantique des champs, elles prennent le nom qu'elles portent aujourd'hui depuis l'article fondateur de GROSS en 1975. Celui-ci établit notamment dans ce travail l'équivalence fondamentale entre hypercontractivité et inégalité de SOBOLEV logarithmique, et met en évidence les premiers exemples de mesures (de BERNOULLI et de GAUSS) pour lesquelles on dispose d'une telle inégalité. La notion d'entropie, partie prenante de la définition d'inégalité de SOBOLEV logarithmique, trouve néanmoins ses origines vingt cinq années plus tôt en théorie de l'information grâce aux travaux de SHANNON. Une lecture moderne (menée en particulier dans ces notes) fait apparaître que l'inégalité de SOBOLEV logarithmique pour les mesures gaussiennes est en fait déjà présente dès les années soixante, dans les travaux de STAM et BLACHMAN en théorie de l'information !

Les inégalités de SOBOLEV logarithmiques ont d'abord été établies dans le cadre gaussien. Elles ont été ensuite étendues à des situations de plus en plus générales en même temps que leur utilité dépassait largement le cadre de la théorie quantique des champs. Pour les introduire, rappelons brièvement la notion d'inégalité de SOBOLEV. Dans l'espace euclidien de dimension n ($\geqslant 3$), il est bien connu qu'une fonction dont le gradient est de carré intégrable est en fait dans l'espace $\mathbf{L}^p$, avec $p = 2n/(n-2)$. Plus précisément, l'espace de SOBOLEV $\mathbf{H}^1$ se plonge dans $\mathbf{L}^p$ à l'aide d'une inégalité (de SOBOLEV) qui affirme l'existence d'une constante C_n (explicite et optimale) telle que, pour toute fonction dérivable, on ait

$$\left[\int_{R^n} |f|^{2n/(n-2)}\, dx\right]^{(n-2)/n} \leqslant C_n \int_{R^n} |\nabla f|^2\, dx.$$

Cette inégalité possède des variantes, renforcée sur l'espace hyperbolique, et plus faible sur les sphères. De même, sur une variété M riemannienne compacte de dimension n, et pour la mesure de RIEMANN associée $\mu(dx)$, nous pouvons trouver des constantes A et B dépendant de la variété telles que, pour toute fonction dont le gradient soit de carré intégrable, on ait

$$\left[\int_M |f|^{2n/(n-2)}\,\mu(dx)\right]^{(n-2)/n} \leqslant A\int_M f^2\mu(dx) + B\int_M |\nabla f|^2\mu(dx).$$

Des inégalités analogues ont lieu sur les ouverts de $\mathbb{R}^n$, et sur ceux des variétés riemanniennes dont la géométrie est suffisamment contrôlée.

Ces inégalités sont très utilisées dans le contrôle des solutions de nombreux types d'équations aux dérivées partielles, ainsi que dans des problèmes d'existence de solutions, car elles donnent en fait des compacités de plongements des espaces de SOBOLEV dans des espaces $\mathbf{L}^p$.

Malheureusement, ces inégalités cessent d'être valides si l'on remplace par exemple la mesure de LEBESGUE de $\mathbb{R}^n$ par la mesure gaussienne, ou par d'autres mesures qui n'ont pas une densité bornée supérieurement et inférieurement. D'autre part, elles dépendent de la dimension et sont par conséquent inutilisables dans tous les problèmes faisant intervenir un nombre infini de variables, comme par exemple les problèmes issus de la mécanique statistique, des systèmes de particules en interaction, de l'analyse en dimension infinie, sur les espaces de chemins ou de lacets.

L'exemple gaussien est emblématique du concept même d'inégalité de SOBOLEV logarithmique. Cet exemple concentre à lui seul toutes les difficultés inhérentes à la dimension infinie. Pour la mesure gaussienne standard $\gamma_n(dx)$ sur $\mathbb{R}^n$, l'inégalité de SOBOLEV logarithmique indique que pour toute fonction f suffisamment régulière,

$$\int_{\mathbb{R}^n} f^2\log f^2\,\gamma_n(dx) \leqslant \int_{\mathbb{R}^n} f^2\gamma_n(dx)\log\int_{\mathbb{R}^n} f^2\gamma_n(dx) + 2\int_{\mathbb{R}^n}|\nabla f|^2\gamma_n(dx).$$

Dans ce cadre, si une fonction est de carré intégrable ainsi que son gradient, elle est seulement dans l'espace $\mathbf{L}^2\log\mathbf{L}^2$. Le plongement de SOBOLEV dégénère donc en un facteur logarithmique. En revanche, cette inégalité est indépendante de la dimension, et se prolongera ainsi aisément à des situations de dimension infinie.

Nous avons là un exemple typique de situation où apparaît une inégalité de SOBOLEV logarithmique. Elle s'étendra à de nombreuses autres situations en faisant varier les mesures, ou le gradient en changeant de structure riemannienne. On remplacera alors la constante 2 par d'autres constantes dépendant du modèle considéré.

L'un des avantages principaux des inégalités de SOBOLEV logarithmiques est leur propriété de tensorisation : leur existence sur deux espaces distincts assure leur validité sur l'espace produit avec pour constante le maximum des constantes initiales. Cette propriété, qui n'est pas valable pour les inégalité de SOBOLEV classiques, constitue la clé du passage en dimension infinie.

En dépit de son caractère infini-dimensionnel, les premiers travaux autour des inégalités de SOBOLEV logarithmiques restent plutôt orientés autour d'une analyse de dimension finie. Citons, par exemple, en analyse de FOURIER, les travaux de BECKNER sur la constante optimale de la norme $\mathbf{L}^p$ de la transformée de FOURIER, ou les premiers critères de convexité (critère Γ_2) de BAKRY et EMERY dans l'analyse géométrique des diffusions. Plus récemment, les résultats de DIACONIS et SALOFF-COSTE font un usage important de l'outil des inégalités de SOBOLEV logarithmiques dans l'étude de la convergence vers l'équilibre de chaînes de MARKOV sur des espaces finis. Enfin, une inégalité de SOBOLEV classique est équivalente à la donnée d'une famille d'inégalités de SOBOLEV logarithmiques (sous une forme un peu plus faible que celle donnée plus haut). Les inégalités de SOBOLEV logarithmiques permettent donc aussi l'analyse de propriétés dépendant effectivement de la dimension, comme par exemple le comportement du noyau de la chaleur en temps petit. Cette direction a été particulièrement développée par DAVIES.

Contrairement aux inégalités de SOBOLEV, les inégalités de SOBOLEV logarithmiques ne donnent pas immédiatement des résultats de compacité, ou des résultats de compacité trop faibles pour pouvoir être exploités directement. La clé de leur utilisation réside dans la propriété d'hypercontractivité. Plus précisément, la donnée d'un gradient et d'une mesure est en fait la donnée d'un semi-groupe de MARKOV associé (ou encore d'un espace de DIRICHLET). L'inégalité de SOBOLEV logarithmique est alors équivalente à une propriété de régularisation de ce semi-groupe : en tant que semi-groupe d'opérateurs, il envoie pour pour les temps assez grands l'espace $\mathbf{L}^2$ dans l'espace $\mathbf{L}^p$, avec des constantes et des normes qui reflètent exactement la constante de l'inégalité de SOBOLEV logarithmique. Par exemple, pour le semi-groupe $(\mathbf{P}_t)_{t\geqslant 0}$ d'ORNSTEIN-UHLENBECK de mesure invariante la mesure gaussienne canonique γ_n,

$$||\mathbf{P}_t||_{p\to q} \leqslant 1,$$

dès que $1 < p < q < +\infty$ et $e^t \geqslant \sqrt{(q-1)/(p-1)}$. Cette propriété régularisante d'hypercontractivité joue un rôle crucial dans beaucoup de questions relatives à la vitesse de convergence à l'équilibre. En effet, alors que les propriétés spectrales ne fournissent que des convergences exponentielles en norme quadratique, l'hypercontractivité peut renforcer ces dernières en norme uniforme ou en variation totale pour fournir des estimations quantitatives efficaces dans les problèmes d'évolutions.

D'autres outils sont venus depuis se joindre aux inégalités de SOBOLEV logarithmiques pour l'analyse des espaces de DIRICHLET. L'argument de HERBST jette un pont entre les inégalités de SOBOLEV logarithmiques et les inégalités de concentration pour les mesures produits de TALAGRAND. Cette étude se poursuit aujourd'hui sous l'angle des inégalités de transport (de mesures). Ces dernières réactivent à cette occasion les liens évoqués plus haut, et très anciens donc, avec la théorie de l'information.

Avec la mécanique statistique et l'analyse sur les espaces de chemins et de lacets, les inégalités de SOBOLEV logarithmiques démontrent leur importance et leur efficacité en dimension infinie. Les résultats de STROOCK et ZEGARLINSKI sur les inégalités de SOBOLEV logarithmiques pour les systèmes de spins mettent en évidence les liens avec les conditions de mélange de DOBRUSHIN-SHLOSMAN et développent les applications à l'existence et l'unicité de mesures de GIBBS en volume infini. Les diverses contributions dans le cadre de l'analyse sur les espaces de chemins et lacets font apparaître des enjeux géométriques et topologiques. Récemment, GROSS a mené à bien un examen complet de l'hypercontractivité complexe par le biais des inégalités de SOBOLEV logarithmiques.

Il est important de noter qu'il est difficile de décrire un cadre simple qui englobe l'ensemble des situations où les objets évoqués précédemment sont utilisés, sans entrer dans des considérations techniques abstraites où le lecteur aurait toutes les chances de se perdre. C'est pourquoi les auteurs de cet ouvrage ont fait le choix de supposer l'existence d'une algèbre de fonctions stable par le semi-groupe et le générateur infinitésimal associé. Cette hypothèse technique dite d'«algèbre standard», qui s'avère délicate à établir dans le cadre général, est néanmoins facilement vérifiée dans les cas les plus simples. Par exemple, pour un semi-groupe de MARKOV sur un ensemble fini, on pourra choisir pour algèbre l'ensemble de toutes les fonctions, alors que pour le semi-groupe de la chaleur d'une variété compacte, on pourra prendre l'ensemble de toutes les fonctions de classe $\mathcal{C}^\infty$. Pour le semi-groupe de la chaleur de $\mathbb{R}^n$, on pourra choisir l'ensemble des fonctions à décroissance rapide, et pour celui d'ORNSTEIN-UHLENBECK l'ensemble des fonctions à croissance lente. En revanche, sur une variété non-compacte, les fonctions à support compact ne sont pas préservées par le semi-groupe de la chaleur, et il faut (sans doute) trop de contrôle sur la géométrie pour que le semi-groupe de la chaleur préserve les fonctions à décroissance rapide.

Néanmoins, ce cadre réducteur permet de donner des schémas de démonstration simples dans un cadre unifié. La plupart des résultats présentés ici ne demandent pas en fait que toutes les conditions de l'algèbre standard soient réalisées. On peut aussi souvent s'y ramener dans des situations particulières. En mécanique statistique, par exemple, on peut établir d'abord des résultats sur des boîtes finies indépendamment de leur taille et passer ensuite à la limite. Sur les espaces de chemins, on pourra travailler d'abord sur les fonctions ne dépendant que d'un nombre fini de coordonnées. Sont présentés dans le texte des exemples où l'on s'affranchit explicitement de ces stabilités par le générateur et le semi-groupe postulées dans l'algèbre standard.

Cet ouvrage ne constitue pas une somme exhaustive sur le thème des inégalités de SOBOLEV logarithmiques. En particulier, l'étude de ces inégalités dans les cadres de la mécanique statistique et de l'analyse sur les espaces de chemins, d'un développement récent, n'est pas abordée. Conçu comme une introduction multiforme, il a pour but de rassembler les bases essentielles en une suite d'exposés, simples et directs, sur des thèmes variés. Le lecteur pourra trouver une introduction aux inégalités de SOBOLEV logarithmiques en mécanique statistique dans le cours d'initiation de ROYER [Roy99], les notes de synthèse de GUIONNET et ZEGARLINSKI [GZ00] et le cours de HELFFER en analyse semi-classique [Hel98] ; et dans l'article de HSU [Hsu99] les résultats récents autour des inégalités de SOBOLEV logarithmiques sur les espaces de chemins et de lacets.

Chaque chapitre est pour l'essentiel autonome. Le premier présente principalement et de façon élémentaire l'inégalité de SOBOLEV logarithmique pour la loi de BERNOULLI, puis, par tensorisation et application du théorème de la limite centrale, celle pour la loi de GAUSS. Le second chapitre est consacré au théorème de GROSS qui établit l'équivalence entre inégalité de SOBOLEV logarithmique d'un générateur infinitésimal et hypercontractivité du semi-groupe associé. Il est l'occasion d'une introduction aux notions de semi-groupe et de générateur infinitésimal et définit en particulier l'hypothèse d'algèbre standard en vigueur dans l'ensemble de l'ouvrage. Le chapitre suivant traite des propriétés de stabilité par produit des inégalités de SOBOLEV logarithmiques, à la source des développements en dimension infinie. Il aborde également les questions de perturbation. Ces trois chapitres évoquent en parallèle les propriétés correspondantes des inégalités de trou spectral ou de POINCARÉ. Le quatrième chapitre présente des familles d'inégalités fonctionnelles qui interpolent entre inégalités de SOBOLEV logarithmiques et inégalités de SOBOLEV traditionnelles, ainsi que la traduction de ces dernières sur la décroissance des noyaux de transition du semi-groupe sous forme d'ultracontractivité. Le chapitre cinq est entièrement consacré au critère de courbure-dimension, qui constitue un outil efficace pour l'obtention d'inégalités de SOBOLEV (classiques et logarithmiques). Le chapitre suivant expose des caractérisations des inégalités de SOBOLEV logarithmiques et de POINCARÉ pour des mesures sur la droite réelle à l'aide des inégalités de HARDY en analyse classique. Des exemples d'applications illustrent l'efficacité de ces critères. Le chapitre sept établit le lien entre inégalité de SOBOLEV logarithmique et phénomène de concentration de la mesure à l'aide de l'argument de HERBST, qui produit des majorations gaussiennes de la distribution des fonctions lipschitziennes. Les relations récentes entre inégalités de SOBOLEV logarithmiques et de transport de la mesure font l'objet du chapitre huit, et fournissent également une autre approche à la concentration de la mesure. Le chapitre suivant étudie la vitesse de convergence vers l'équilibre de chaînes de MARKOV sur des espaces finis au moyen des constantes de trou spectral et de SOBOLEV logarithmique. En particulier, cette dernière permet, par l'intermédiaire de la propriété d'hypercontractivité, d'atteindre des vitesses de convergence optimales inaccessibles en général par des propriétés spectrales. Enfin, le dernier chapitre est une lecture moderne de la notion d'entropie en théorie de l'information et de ses liens multiples avec la forme euclidienne de l'inégalité de SOBOLEV logarithmique gaussienne, faisant remonter sa genèse aux travaux de SHANNON et STAM.

Le style direct de l'ouvrage met volontairement l'accent sur les méthodes et les caractéristiques des diverses propriétés examinées, plutôt que sur les cadres d'études les plus généraux. La bibliographie, sans être encyclopédique, fait un point assez complet sur le sujet, avec notamment les dernières références en la matière sur chacun des chapitres.

Nous sommes très heureux de préfacer, avec ces quelques lignes, cet ouvrage vivant et plein de fraîcheur sur ce thème des inégalités de SOBOLEV logarithmiques. Il constitue une introduction, facile d'accès et d'utilisation, utile à tout lecteur souhaitant découvrir ou approfondir ce sujet.

Dominique BAKRY, Michel LEDOUX,

Toulouse, septembre 2000.

TABLE DES MATIÈRES

BIBLIOGRAPHIE

[ABdMBG87] W. AMREIN, A. BOUTET DE MONVEL-BERTHIER & V. GEORGESCU – « Hardy type inequalities for abstract differential operators », *Mem. Amer. Math. Soc.* **70** (1987), no. 375, p. iv+119.

[AC79] R. A. ADAMS & F. H. CLARKE – « Gross's logarithmic Sobolev inequality: a simple proof », *Amer. J. Math.* **101** (1979), no. 6, p. 1265–1269.

[Aid98] S. AIDA – « Uniform positivity improving property, Sobolev inequalities, and spectral gaps », *J. Funct. Anal.* **158** (1998), no. 1, p. 152–185.

[AL00] C. ANÉ & M. LEDOUX – « On logarithmic Sobolev inequalities for continous time random walks on graphs. », *Probab. Theor. Relat. Fields* **116** (2000), no. 4, p. 573–602.

[AMS94] S. AIDA, T. MASUDA & I. SHIGEKAWA – « Logarithmic Sobolev inequalities and exponential integrability », *J. Funct. Anal.* **126** (1994), no. 1, p. 83–101.

[App96] D. APPLEBAUM – *Probability and information, an integrated approach*, Cambridge University Press, Cambridge, 1996.

[AS94] S. AIDA & D. STROOCK – « Moment estimates derived from Poincaré and logarithmic Sobolev inequalities », *Math. Res. Lett.* **1** (1994), no. 1, p. 75–86.

[Aub82] T. AUBIN – *Nonlinear analysis on manifolds. Monge-Ampère equations*, Springer-Verlag, New York, 1982.

[Bak85] D. BAKRY – « Transformations de Riesz pour les semi-groupes symétriques. II. Étude sous la condition $\Gamma_2 \geqslant 0$ », Séminaire de probabilités, XIX, 1983/84, Lecture Notes in Math., vol. 1123, Springer, Berlin, 1985, p. 145–174.

[Bak87] D. BAKRY – « Étude des transformations de Riesz dans les variétés riemanniennes à courbure de Ricci minorée », Séminaire de Probabilités, XXI, Lecture Notes in Math., vol. 1247, Springer, Berlin, 1987, p. 137–172.

[Bak88] ______, « La propriété de sous-harmonicité des diffusions dans les variétés », Séminaire de Probabilités, XXII, Lecture Notes in Math., vol. 1321, Springer, Berlin, 1988, p. 1–50.

[Bak91a] ______, « Inégalités de Sobolev faibles: un critère Γ_2 », Séminaire de Probabilités, XXV, Lecture Notes in Math., vol. 1485, Springer, Berlin, 1991, p. 234–261.

[Bak91b] ______, « Weak Sobolev inequalities », Stochastic analysis and applications (Lisbon, 1989), Birkhäuser Boston, Boston, MA, 1991, p. 63–81.

[Bak94] ______, « L'hypercontractivité et son utilisation en théorie des semi-groupes », Lectures on probability theory. École d'été de probabilités de St-Flour 1992, Lecture Notes in Math., vol. 1581, Springer, Berlin, 1994, p. 1–114.

[Bak97] D. BAKRY – « On Sobolev and logarithmic Sobolev inequalities for Markov semigroups », *New trends in stochastic analysis (Charingworth, 1994)* (River Edge, NJ), Taniguchi symposium, World Sci. Publishing, 1997, p. 43–75.

[Bar94] G. BARLES – *Solutions de viscosité des équations de Hamilton-Jacobi*, Springer-Verlag, Paris, 1994.

[BCL97] D. BAKRY, D. CONCORDET & M. LEDOUX – « Optimal heat kernel bounds under logarithmic Sobolev inequalities », *ESAIM Probab. Statist.* **1** (1997), p. 391–407 (electronic).

[BCLSC95] D. BAKRY, T. COULHON, M. LEDOUX & L. SALOFF-COSTE – « Sobolev inequalities in disguise », *Indiana Univ. Math. J.* **44** (1995), no. 4, p. 1033–1074.

[BE84] D. BAKRY & M. EMERY – « Hypercontractivité de semi-groupes de diffusion », *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math.* **299** (1984), no. 15, p. 775–778.

[BE85] D. BAKRY & M. EMERY – « Diffusions hypercontractives », Séminaire de probabilités, XIX, 1983/84, Springer, Berlin, 1985, p. 177–206.

[Bec75] W. BECKNER – « Inequalities in Fourier analysis », *Ann. of Math. (2)* **102** (1975), no. 1, p. 159–182.

[Bec89] ______, « A generalized Poincaré inequality for Gaussian measures », *Proc. Amer. Math. Soc.* **105** (1989), no. 2, p. 397–400.

[Bec92] ______, « Sobolev inequalities, the Poisson semigroup, and analysis on the sphere S^n », *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.* **89** (1992), no. 11, p. 4816–4819.

[Bec95] ______, « Pitt's inequality and the uncertainty principle », *Proc. Amer. Math. Soc.* **123** (1995), no. 6, p. 1897–1905.

[Bec99] ______, « Geometric asymptotics and the logarithmic Sobolev inequality », *Forum Math.* **11** (1999), no. 1, p. 105–137.

[Ber74] E. R. BERLEKAMP (éd.) – *Key papers in the development of coding theory*, IEEE Press [Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc.], New York, 1974, IEEE Press Selected Reprint Series.

[Ber77] M. BERGER – *Géométrie. Vol. 5*, CEDIC, Paris, 1977, La sphère pour elle-même, géométrie hyperbolique, l'espace des sphères.

[BG99] S. G. BOBKOV & F. GÖTZE – « Exponential integrability and transportation cost related to logarithmic Sobolev inequalities », *J. Funct. Anal.* **163** (1999), no. 1, p. 1–28.

[BGL00] S. BOBKOV, I. GENTIL & M. LEDOUX – « Hypercontractivity of Hamilton-Jacobi equations », à paraître in J. Math. Pu. Appli., 2000.

[BH99] T. BODINEAU & B. HELFFER – « The log-Sobolev inequality for unbounded spin systems », *J. Funct. Anal.* **166** (1999), no. 1, p. 168–178.

[BJS90] M. S. BAZARAA, J. J. JARVIS & H. D. SHERALI – *Linear programming and network flows*, second éd., John Wiley & Sons Inc., New York, 1990.

[BL76a] H. J. BRASCAMP & E. H. LIEB – « Best constants in Young's inequality, its converse, and its generalization to more than three functions », *Adv. Math.* **20** (1976), no. 2, p. 151–173.

[BL76b] ______, « On extensions of the Brunn-Minkowski and Prékopa-Leindler theorems, including inequalities for log concave functions, and with an application to the diffusion equation », *J. Funct. Anal.* **22** (1976), no. 4, p. 366–389.

[BL96] D. BAKRY & M. LEDOUX – « Lévy-Gromov's isoperimetric inequality for an infinite-dimensional diffusion generator », *Invent. Math.* **123** (1996), no. 2, p. 259–281.

[BL97] S. BOBKOV & M. LEDOUX – « Poincare's inequalities and Talagrand's concentration phenomenon for the exponential distribution. », *Probab. Theor. Relat. Fields* **107** (1997), no. 3, p. 383–400 (English).

[BL98] S. BOBKOV & M. LEDOUX – « On modified logarithmic Sobolev inequalities for Bernoulli and Poisson measures. », *J. Funct. Anal.* **156** (1998), no. 2, p. 347–365 (English).

[BL99] S. G. BOBKOV & M. LEDOUX – « From Brunn-Minkowski to Brascamp-Lieb and to logarithmic Sobolev inequalities », à paraître in Geom. Funct. Anal., 1999.

[Bla65] N. M. BLACHMAN – « The convolution inequality for entropy powers », *IEEE Trans. Information Theory* **IT-11** (1965), p. 267–271.

[BM97] L. BIRGÉ & P. MASSART – « From model selection to adaptive estimation », Festschrift for Lucien Le Cam, Springer, New York, 1997, p. 55–87.

[BM98] ______, « Minimum contrast estimators on sieves: exponential bounds and rates of convergence », *Bernoulli* **4** (1998), no. 3, p. 329–375.

[Bob97] S. G. BOBKOV – « An isoperimetric inequality on the discrete cube, and an elementary proof of the isoperimetric inequality in Gauss space », *Ann. Probab.* **25** (1997), no. 1, p. 206–214.

[Bon71] A. BONAMI – « Étude des coefficients de Fourier des fonctions de $L^p(G)$ », *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)* **20** (1971), no. 2, p. 335–402.

[Bor79] C. BORELL – « On the integrability of Banach space valued Walsh polynomials », Séminaire de Probabilités, XIII (Univ. Strasbourg, Strasbourg, 1977/78), Lecture Notes in Math., Springer, Berlin, 1979, p. 1–3.

[Bré83] H. BRÉZIS – *Analyse fonctionnelle*, Masson, Paris, 1983, Théorie et applications.

[Bre91] Y. BRENIER – « Polar factorization and monotone rearrangement of vector-valued functions », *Comm. Pure Appl. Math.* **44** (1991), no. 4, p. 375–417.

[Bri64] L. BRILLOUIN – *Scientific uncertainty, and information*, Academic Press, New York, 1964.

[Caf96a] L. A. CAFFARELLI – « Boundary regularity of maps with convex potentials. II », *Ann. of Math. (2)* **144** (1996), no. 3, p. 453–496.

[Caf96b] ______, « A priori estimates and the geometry of the Monge Ampère equation », Nonlinear partial differential equations in differential geometry (Park City, UT, 1992), Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1996, p. 5–63.

[Car79] R. CARMONA – « Regularity properties of Schrödinger and Dirichlet semigroups », *J. Funct. Anal.* **33** (1979), no. 3, p. 259–296.

[Car91] E. A. CARLEN – « Super-additivity of Fisher's information and logarithmic Sobolev inequalities », *J. Funct. Anal.* **101** (1991), no. 1, p. 194–211.

[Ces00] F. CESI – « Quasi-factorization of the entropy and logarithmic sobolev inequalities for gibbs random fields », à parraître in Probab. Theor. Relat. Fields, 2000.

[CGG89] T. M. COVER, P. GÁCS & R. M. GRAY – « Kolmogorov's contributions to information theory and algorithmic complexity », *Ann. Probab.* **17** (1989), no. 3, p. 840–865.

[Cha93] I. CHAVEL – *Riemannian geometry, a modern introduction*, Cambridge University Press, Cambridge, 1993.

[CHK82] H. M. CHUNG, R. A. HUNT & D. S. KURTZ – « The Hardy Littlewood maximal function on $L(p,q)$ spaces with weights », *Indiana Univ. Math. J.* **31** (1982), no. 1, p. 109–120.

[CKS87] E. A. CARLEN, S. KUSUOKA & D. W. STROOCK – « Upper bounds for symmetric Markov transition functions », *Ann. Inst. H. Poincaré Probab. Statist.* **23** (1987), no. 2, suppl., p. 245–287.

[CL90] E. A. CARLEN & M. LOSS – « Extremals of functionals with competing symmetries », *J. Funct. Anal.* **88** (1990), no. 2, p. 437–456.

[CM00] N. CANCRINI & F. MARTINELLI – « On the spectral gap of Kawasaki dynamics under a mixing condition revisited », *J. Math. Phys.* **41** (2000), no. 3, p. 1391–1423, Probabilistic techniques in equilibrium and nonequilibrium statistical physics.

[CMR00] N. CANCRINI, F. MARTINELLI & C. ROBERTO – « On the logarithmic Sobolev inequality for Kawasaki dynamics under a mixing condition revisited », prépublication, 2000.

[CT91] T. M. COVER & J. A. THOMAS – *Elements of information theory*, John Wiley & Sons Inc., New York, 1991, A Wiley-Interscience Publication.

[Dav83] E. B. DAVIES – « Hypercontractive and related bounds for double well Schrödinger Hamiltonians », *Quart. J. Math. Oxford Ser. (2)* **34** (1983), no. 136, p. 407–421.

[Dav90] ______, *Heat kernels and spectral theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 1990.

[Dav99] ______, « A review of Hardy inequalities », The Maz′ya anniversary collection, Vol. 2 (Rostock, 1998), Birkhäuser, Basel, 1999, p. 55–67.

[DCD82] D. DACUNHA-CASTELLE & M. DUFLO – *Probabilités et statistiques. Tome 1*, Masson, Paris, 1982, Problèmes à temps fixe.

[DCT91] A. DEMBO, T. M. COVER & J. A. THOMAS – « Information-theoretic inequalities », *IEEE Trans. Inform. Theory* **37** (1991), no. 6, p. 1501–1518.

[Dem90] A. DEMBO – « Information inequalities and uncertainty principles », Tech. Rep., Dept. of Statist., Stanford Univ., 1990.

[Dia88] P. DIACONIS – *Group representations in probability and statistics*, Institute of Mathematical Statistics, Hayward, CA, 1988.

[DL84] R. DAUTRAY & J.-L. LIONS – *Analyse mathématique et calcul numérique pour les sciences et les techniques*, vol. 1, Masson, Paris, 1984, with the collaboration of M. ARTOLA, M. AUTHIER, Ph. BÉNILAN, M. CESSENAT, J.-M. COMBES, A. GERVAT, H. LANCHON, B. MERCIER, C. WILD, and C. ZUILY.

[DM75] C. DELLACHERIE & P.-A. MEYER – *Probabilités et potentiel*, Hermann, Paris, 1975, Chapitres I à IV, Édition entièrement refondue, Publications de l'Institut de Mathématique de l'Université de Strasbourg, No. XV, Actualités Scientifiques et Industrielles, No. 1372.

[DS84] E. B. DAVIES & B. SIMON – « Ultracontractivity and the heat kernel for Schrödinger operators and Dirichlet Laplacians », *J. Funct. Anal.* **59** (1984), no. 2, p. 335–395.

[DS86] P. DIACONIS & M. SHAHSHAHANI – « Products of random matrices as they arise in the study of random walks on groups », Random matrices and their applications (Brunswick, Maine, 1984), Amer. Math. Soc., Providence, R.I., 1986, p. 183–195.

[DS89] J.-D. DEUSCHEL & D. W. STROOCK – *Large deviations*, Academic Press Inc., Boston, MA, 1989.

[DSC95] P. DIACONIS & L. SALOFF-COSTE – « Random walks on finite groups: a survey of analytic techniques », Probability measures on groups and related structures, XI (Oberwolfach, 1994), World Sci. Publishing, River Edge, NJ, 1995, p. 44–75.

[DSC96a] ______, « Logarithmic Sobolev inequalities for finite Markov chains », *Ann. Appl. Probab.* **6** (1996), no. 3, p. 695–750.

[DSC96b] ______, « Nash inequalities for finite Markov chains », *J. Theor. Probab.* **9** (1996), no. 2, p. 459–510.

[DSC96c] ———, « Walks on generating sets of abelian groups », *Probab. Theor. Relat. Fields* **105** (1996), no. 3, p. 393–421.

[DSC98a] ———, « Walks on generating sets of groups », *Invent. Math.* **134** (1998), p. 251–299.

[DSC98b] ———, « What do we know about the Metropolis algorithm? », *J. Comput. System Sci.* **57** (1998), no. 1, p. 20–36, 27th Annual ACM Symposium on the Theory of Computing (STOC'95) (Las Vegas, NV).

[Dud89] R. M. DUDLEY – *Real analysis and probability*, Wadsworth & Brooks / Cole Advanced Books & Software, Pacific Grove, CA, 1989.

[DV00a] L. DESVILLETTES & C. VILLANI – « On the spatially homogeneous Landau equation for hard potentials. I. Existence, uniqueness and smoothness », *Comm. Partial Differential Equations* **25** (2000), no. 1-2, p. 179–259.

[DV00b] ———, « On the spatially homogeneous Landau equation for hard potentials. II. *H*-theorem and applications », *Comm. Partial Differential Equations* **25** (2000), no. 1-2, p. 261–298.

[Dvo61] A. DVORETZKY – « Some results on convex bodies and BANACH spaces », *Proc. Symp. on Linear Spaces* (Jerusalem), 1961, p. 123–160.

[DZ98] A. DEMBO & O. ZEITOUNI – *Large deviations techniques and applications*, 2ème éd., Springer-Verlag, New York, 1998.

[Eck74] J.-P. ECKMANN – « Hypercontractivity for anharmonic oscillators », *J. Funct. Anal.* **16** (1974), p. 388–404, With an appendix by D. Pearson.

[EE90] P. EHRENFEST & T. EHRENFEST – *The conceptual foundations of the statistical approach in mechanics*, english éd., Dover Publications Inc., New York, 1990, Traduit de l'allemand par Michael J. Moravcsik, avec une préface de M. Kac and G. E. Uhlenbeck.

[EHP95] W. D. EVANS, D. J. HARRIS & L. PICK – « Weighted Hardy and Poincaré inequalities on trees », *J. London Math. Soc. (2)* **52** (1995), no. 1, p. 121–136.

[Epp89] J. B. EPPERSON – « The hypercontractive approach to exactly bounding an operator with complex Gaussian kernel », *J. Funct. Anal.* **87** (1989), no. 1, p. 1–30.

[Eva98] L. C. EVANS – *Partial differential equations*, American Mathematical Society, Providence, RI, 1998.

[Fan61] R. M. FANO – *Transmission of information: A statistical theory of communications.*, The M.I.T. Press, Cambridge, Mass., 1961.

[Far75] W. G. FARIS – « Product spaces and Nelson's inequality », *Helv. Phys. Acta* **48** (1975), no. 5/6, p. 721–730 (1976).

[Fed69] P. FEDERBUSH – « A partially alternate derivation of a result of Nelson », *J. Math. Phys.* **10** (1969), p. 50–52.

[Fei58] A. FEINSTEIN – *Foundations of information theory*, McGraw-Hill Electrical and Electronic Engineering Series. McGraw-Hill Book Co., Inc., New York-Toronto-London, 1958.

[Fil91] J. FILL – « Eigenvalue bounds on convergence to stationarity for nonreversible Markov chains, with an application to the exclusion process », *Ann. Appl. Probab.* **1** (1991), no. 1, p. 62–87.

[Fis22] A. FISHER, R. – « On the mathematical foundations of theoretical statistics », *Philos. Trans. Roy. Soc.Ann. Probab., London, Sec. A* (1922), no. 222, p. 309–368.

[Fis25] ______, « Theory of statistical estimation », *Proc. Cambridge Phil. Society* (1925), no. 22, p. 700–725.

[FS98] H. G. FEICHTINGER & T. STROHMER (éds.) – *Gabor analysis and algorithms*, Birkhäuser Boston Inc., Boston, MA, 1998, Theory and applications.

[Geo88] H.-O. GEORGII – *Gibbs measures and phase transitions*, Walter de Gruyter & Co., Berlin, 1988.

[GHL90] S. GALLOT, D. HULIN & J. LAFONTAINE – *Riemannian geometry*, 2ème éd., Springer-Verlag, Berlin, 1990.

[Gli68] J. GLIMM – « Boson fields with the : Φ^4 : interaction in three dimensions », *Comm. Math. Phys.* **10** (1968), p. 1–47.

[GM83] M. GROMOV & V. D. MILMAN – « A topological application of the isoperimetric inequality », *Amer. J. Math.* **105** (1983), no. 4, p. 843–854.

[GM96] W. GANGBO & R. J. MCCANN – « The geometry of optimal transportation », *Acta Math.* **177** (1996), no. 2, p. 113–161.

[GR98] L. GROSS & O. ROTHAUS – « Herbst inequalities for supercontractive semigroups », *J. Math. Kyoto Univ.* **38** (1998), no. 2, p. 295–318.

[GR00] I. GENTIL & C. ROBERTO – « Spectral gaps for spin systems: some nonconvex phase examples », à paraître in J. Func. Anal., 2000.

[Gra90] R. M. GRAY – *Entropy and information theory*, Springer-Verlag, New York, 1990.

[Gro75] L. GROSS – « Logarithmic Sobolev inequalities », *Amer. J. Math.* **97** (1975), no. 4, p. 1061–1083.

[Gro93] ______, « Logarithmic Sobolev inequalities and contractivity properties of semigroups », Dirichlet forms (Varenna, 1992), Springer, Berlin, 1993, p. 54–88.

[GT83] D. GILBARG & N. S. TRUDINGER – *Elliptic partial differential equations of second order*, second éd., Springer-Verlag, Berlin, 1983.

[GZ00] A. GUIONNET & B. ZEGARLIŃSKI – « Lectures on logarithmic Sobolev inequalities », prépublication, 2000.

[Har28] V. HARTLEY, R. – « Transmission of information », *Bell Sys. Tech. J.* (1928), no. 7, p. 535.

[Heb97] E. HEBEY – *Introduction à l'analyse non-linéaire sur les variétés*, Diderot, 1997.

[Heb99] ———, *Nonlinear analysis on manifolds: Sobolev spaces and inequalities*, New York University Courant Institute of Mathematical Sciences, New York, 1999.

[Hel98] B. HELFFER – « Semi-classical analysis and statistical mechanics », Cours Post-DEA, Université Paul Sabatier de Toulouse, 1998.

[Hir57] I. I. HIRSCHMAN, JR. – « A note on entropy », *Amer. J. Math.* **79** (1957), p. 152–156.

[HL48] G. H. HARDY & J. E. LITTLEWOOD – *Inequalities*, Gosudarstv. Izdat. Inostr. Lit., Moscow, 1948.

[HS87] R. HOLLEY & D. STROOCK – « Logarithmic Sobolev inequalities and stochastic Ising models », *J. Statist. Phys.* **46** (1987), no. 5-6, p. 1159–1194.

[HS89] ———, « Uniform and L^2 convergence in one-dimensional stochastic Ising models », *Comm. Math. Phys.* **123** (1989), no. 1, p. 85–93.

[Hsu99] E. P. HSU – « Analysis on path and loop spaces », Probability theory and applications (Princeton, NJ, 1996), Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1999, p. 277–347.

[Hu00] Y. HU – « A unified approach to several inequalities for Gaussian and diffusion measures », Seminaire de Probabilités, XXXIV, Lecture Notes in Math., Springer, Berlin, 2000, p. 329–335.

[HY95] Y. HIGUCHI & N. YOSHIDA – « Analytic conditions and phase transition for Ising models », notes en japonais, non publiées, 1995.

[Ili83] S. ILIAS – « Constantes explicites pour les inégalités de Sobolev sur les variétés riemanniennes compactes », *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)* **33** (1983), no. 2, p. 151–165.

[Jan97] S. JANSON – *Gaussian Hilbert spaces*, Cambridge University Press, Cambridge, 1997.

[Jay83] E. T. JAYNES – *Papers on probability, statistics and statistical physics*, D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, 1983, Edited and with an introduction by R. D. Rosenkrantz.

[Jay89] ———, *E. T. Jaynes: papers on probability, statistics and statistical physics*, Kluwer Academic Publishers Group, Dordrecht, 1989, Retirage de l'édition originale de 1983, avec une introduction de R. D. Rosenkrantz.

[Juš74] A. A. JUŠKEVIČ – *On the history of the concepts of entropy and information (an anticipation of the ideas of C. Shannon)*, Izdat. "Nauka", Moscow, 1974.

[KA82] L. V. KANTOROVICH & G. P. AKILOV – *Functional analysis*, 2ème éd., Pergamon Press, Oxford, 1982, Traduit du russe par Howard L. Silcock.

[Kat76] T. KATO – *Perturbation theory for linear operators*, second éd., Springer-Verlag, Berlin, 1976, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, Band 132.

[Kem83] J. H. B. KEMPERMAN – « On the role of duality in the theory of moments », Semi-infinite programming and applications (Austin, Tex., 1981), Springer, Berlin, 1983, p. 63–92.

[Khi57] A. I. KHINCHIN – *Mathematical foundations of information theory*, Dover Publications Inc., New York, N. Y., 1957, Traduction de R. A. Silverman et M. D. Friedman.

[KKK87] S. KULLBACK, J. C. KEEGEL & J. H. KULLBACK – *Topics in statistical information theory*, Springer-Verlag, Berlin, 1987.

[KKR93] O. KAVIAN, G. KERKYACHARIAN & B. ROYNETTE – « Quelques remarques sur l'ultracontractivité », *J. Funct. Anal.* **111** (1993), no. 1, p. 155–196.

[KR58] L. V. KANTOROVIČ & G. Š. RUBINŠTEĬN – « On a space of completely additive functions », *Vestnik Leningrad. Univ.* **13** (1958), no. 7, p. 52–59.

[KS60] J. KEMENY & J. SNELL – *Finite Markov chains*, D. Van Nostrand Co., Inc., Princeton, N.J.-Toronto-London-New York, 1960, The University Series in Undergraduate Mathematics.

[KS84] M. KNOTT & C. S. SMITH – « On the optimal mapping of distributions », *J. Optim. Theory Appl.* **43** (1984), no. 1, p. 39–49.

[Kul97] S. KULLBACK – *Information theory and statistics*, Dover Publications Inc., Mineola, NY, 1997, Retirage de la seconde édition de 1968.

[Kun69] H. KUNITA – « Absolute continuity of Markov processes and generators », *Nagoya Math. J.* **36** (1969), p. 1–26.

[Led92] M. LEDOUX – « On an integral criterion for hypercontractivity of diffusion semigroups and extremal functions », *J. Funct. Anal.* **105** (1992), no. 2, p. 444–465.

[Led96] M. LEDOUX – « Isoperimetry and Gaussian analysis », Lectures on probability theory and statistics. École d'été de probabilités de St-Flour 1994, Lecture Notes in Math., vol. 1648, Springer, Berlin, 1996, p. 165–294.

[Led97] ———, « On Talagrand's deviation inequalities for product measures », *ESAIM Probab. Statist.* **1** (1995-1997), p. 63–87 (electronic).

[Led99] ———, « Concentration of measure and logarithmic Sobolev inequalities », Séminaire de Probabilités, XXXIII, Lecture Notes in Math., Springer, Berlin, 1999, p. 120–216.

[Led00a] M. LEDOUX – « The geometry of Markov diffusion generators. Zürich, Nov. 1998 », à paraître in Ann. Fac. Sci. Toulouse Math., 2000.

[Led00b] ———, « Logarithmic Sobolev inequalities for unbounded spin systems revisited », à paraître in Séminaire de probabilités, Lecture Notes in Math., Springer, 2000.

[Lie78] E. H. LIEB – « Proof of an entropy conjecture of Wehrl », *Comm. Math. Phys.* **62** (1978), no. 1, p. 35–41.

[Lie90] ______, « Gaussian kernels have only Gaussian maximizers », *Invent. Math.* **102** (1990), no. 1, p. 179–208.

[LO99] R. LATAŁA & K. OLESZKIEWICZ – « Interpolation between logarithmic Sobolev and Poincaré inequalities », prépublication, 1999.

[LT91] M. LEDOUX & M. TALAGRAND – *Probability in Banach spaces, isoperimetry and processes*, Springer-Verlag, Berlin, 1991.

[Mal78] P. MALLIAVIN – « Stochastic calculus of variation and hypoelliptic operators », *Proceedings of the International Symposium on Stochastic Differential Equations (Res. Inst. Math. Sci., Kyoto Univ., Kyoto, 1976)* (New York), Wiley, 1978, p. 195–263.

[Mar86] K. MARTON – « A simple proof of the blowing-up lemma », *IEEE Trans. Inform. Theory* **32** (1986), no. 3, p. 445–446.

[Mar96] ______, « Bounding $\overline{d}$-distance by informational divergence: a method to prove measure concentration », *Ann. Probab.* **24** (1996), no. 2, p. 857–866.

[Mar99] F. MARTINELLI – « Lectures on Glauber dynamics for discrete spin models », Lectures on probability theory and statistics. École d'été de probabilités de St-Flour 1997, Lecture Notes in Math., vol. 1717, Springer, Berlin, 1999, p. 93–191.

[Maz85] V. G. MAZ'JA – *Sobolev spaces*, Springer-Verlag, Berlin, 1985, Traduit du russe par T. O. Shaposhnikova.

[McC95] R. J. MCCANN – « Existence and uniqueness of monotone measure-preserving maps », *Duke Math. J.* **80** (1995), no. 2, p. 309–323.

[McK73] H. P. MCKEAN – « Geometry of differential space », *Ann. Probab.* **1** (1973), p. 197–206.

[ME81] N. F. MARTIN & J. W. ENGLAND – « Mathematical theory of entropy. Foreword by James K. Brooks », Encyclopedia of Mathematics and its Applications, vol. 12, Addison-Wesley Publishing Company, 1981.

[Mey82] P.-A. MEYER – « Note sur les processus d'Ornstein Uhlenbeck », Séminaire de Probabilités, XVI, Lecture Notes in Math., Springer, Berlin, 1982, p. 95–133.

[Mic97] L. MICLO – « Remarques sur l'hypercontractivité et l'évolution de l'entropie pour des chaînes de Markov finies », Séminaire de Probabilités XXXI, Lecture Notes in Math., vol. 1655, Springer, Berlin, 1997, p. 136–167.

[Mic99a] ______, « An example of application of discrete Hardy's inequalities », *Markov Process. Related Fields* **5** (1999), p. 319–330.

[Mic99b] ______, « Relations entre isopérimetrie et trou spectral pour les chaînes de Markov finies », *Probab. Theor. Relat. Fields* **114** (1999), p. 431–485.

[Mic99c] L. MICLO – « Une majoration sous-exponentielle pour la convergence de l'entropie des chaînes de Markov à trou spectral », *Ann. Inst. H. Poincaré Probab. Statist.* **35** (1999), no. 3, p. 261–311.

[Mil71] V. D. MILMAN – « A new proof of A. Dvoretzky's theorem on cross-sections of convex bodies », *Funkcional. Anal. i Priložen.* **5** (1971), no. 4, p. 28–37.

[Mil92] ______, « Dvoretzky's theorem—thirty years later », *Geom. Funct. Anal.* **2** (1992), no. 4, p. 455–479.

[Mok89] G. MOKOBODZKI – « L'opérateur carré du champ: un contre-exemple », Séminaire de Probabilités, XXIII, Springer, Berlin, 1989, p. 324–325.

[Mon81] G. MONGE – *Mémoire sur la théorie des déblais et des remblais*, Histoire de l'académie des sciences de Paris, 1781.

[MS86] V. D. MILMAN & G. SCHECHTMAN – *Asymptotic theory of finite-dimensional normed spaces*, Springer-Verlag, Berlin, 1986, With an appendix by M. Gromov.

[Muc72] B. MUCKENHOUPT – « Hardy's inequality with weights », *Studia Math.* **44** (1972), p. 31–38, collection of articles honoring the completion by Antoni Zygmund of 50 years of scientific activity, **I**.

[MW82] C. E. MUELLER & F. B. WEISSLER – « Hypercontractivity for the heat semigroup for ultraspherical polynomials and on the *n*-sphere », *J. Funct. Anal.* **48** (1982), no. 2, p. 252–283.

[Nas58] J. NASH – « Continuity of solutions of parabolic and elliptic equations », *Amer. J. Math.* **80** (1958), p. 931–954.

[Nel66] E. NELSON – « A quartic interaction in two dimensions », Mathematical Theory of Elementary Particles (Proc. Conf., Dedham, Mass., 1965), M.I.T. Press, Cambridge, Mass., 1966, p. 69–73.

[Nel73a] ______, « The free Markoff field », *J. Funct. Anal.* **12** (1973), p. 211–227.

[Nel73b] ______, « Probability theory and euclidian field theory », Constructive quantum field theory. The 1973 "Ettore Majorana" International School of Mathematical Physics, Erice (Sicily), 26 July–5 August 1973, Lecture Notes in Physics., vol. 25, Springer-Verlag, Berlin, 1973.

[Nel91] M. NELSON – *The data compression book*, M&T Publisher. Inc., 1991.

[Nev76] J. NEVEU – « Sur l'espérance conditionnelle par rapport à un mouvement brownien », *Ann. Inst. H. Poincaré Sect. B (N.S.)* **12** (1976), no. 2, p. 105–109.

[Nyq24] H. NYQUIST – « Certain factors affecting telegraph speed », *Bell Sys. Tech. J.* (1924), no. 3, p. 324.

[OV00] F. OTTO & C. VILLANI – « Generalization of an inequality by Talagrand, and links with the logarithmic Sobolev inequality », *J. Funct. Anal.* **173** (2000), no. 2, p. 361–400.

[Pin64] M. S. PINSKER – *Information and information stability of random variables and processes*, Holden-Day Inc., San Francisco, Calif., 1964, Traduit par Amiel Feinstein.

[Por96a] U. POROD – « The cut-off phenomenon for random reflections », *Ann. Probab.* **24** (1996), no. 1, p. 74–96.

[Por96b] ———, « The cut-off phenomenon for random reflections. II. Complex and quaternionic cases », *Probab. Theor. Relat. Fields* **104** (1996), no. 2, p. 181–209.

[Rac84] S. T. RACHEV – « The Monge-Kantorovich problem on mass transfer and its applications in stochastics », *Teor. Veroyatnost. i Primenen.* **29** (1984), no. 4, p. 625–653.

[Rac91] S. T. RACHEV – *Probability metrics and the stability of stochastic models*, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 1991.

[Rom92] S. ROMAN – *Coding and information theory*, Springer-Verlag, New York, 1992.

[Rom97] ———, *Introduction to coding and information theory*, Springer-Verlag, New York, 1997.

[Ros76] J. ROSEN – « Sobolev inequalities for weight spaces and supercontractivity », *Trans. Amer. Math. Soc.* **222** (1976), p. 367–376.

[Ros94] J. ROSENTHAL – « Random rotations: characters and random walks on $\mathrm{SO}(N)$ », *Ann. Probab.* **22** (1994), no. 1, p. 398–423.

[Ros96] ———, « Markov chain convergence: from finite to infinite », *Stochastic Process. Appl.* **62** (1996), no. 1, p. 55–72.

[Rot76] J.-P. ROTH – « Opérateurs dissipatifs et semi-groupes dans les espaces de fonctions continues », *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)* **26** (1976), no. 4, p. ix, 1–97.

[Rot78] O. S. ROTHAUS – « Lower bounds for eigenvalues of regular Sturm-Liouville operators and the logarithmic Sobolev inequality », *Duke Math. J.* **45** (1978), no. 2, p. 351–362.

[Rot81] ———, « Diffusion on compact Riemannian manifolds and logarithmic Sobolev inequalities », *J. Funct. Anal.* **42** (1981), no. 1, p. 102–109.

[Rot85] ———, « Analytic inequalities, isoperimetric inequalities and logarithmic Sobolev inequalities », *J. Funct. Anal.* **64** (1985), no. 2, p. 296–313.

[Rot86] ———, « Hypercontractivity and the Bakry-Emery criterion for compact Lie groups », *J. Funct. Anal.* **65** (1986), no. 3, p. 358–367.

[Roy99] G. ROYER – *Une initiation aux inégalités de Sobolev logarithmiques*, Société Mathématique de France, Paris, 1999.

[RR91] M. M. RAO & Z. D. REN – *Theory of Orlicz spaces*, Marcel Dekker Inc., New York, 1991.

[RR98a] S. T. RACHEV & L. RÜSCHENDORF – *Mass transportation problems. Vol. I*, Springer-Verlag, New York, 1998, Theory.

[RR98b] ———, *Mass transportation problems. Vol. II*, Springer-Verlag, New York, 1998, Applications.

[Saw84] E. SAWYER – « Weighted Lebesgue and Lorentz norm inequalities for the Hardy operator », *Trans. Amer. Math. Soc.* **281** (1984), no. 1, p. 329–337.

[SC94a] L. SALOFF-COSTE – « Convergence to equilibrium and logarithmic Sobolev constant on manifolds with Ricci curvature bounded below », *Colloq. Math.* **67** (1994), no. 1, p. 109–121.

[SC94b] ______, « Precise estimates on the rate at which certain diffusions tend to equilibrium », *Math. Z.* **217** (1994), no. 4, p. 641–677.

[SC97] ______, « Lectures on finite Markov chains », Lectures on probability theory and statistics. École d'été de probabilités de St-Flour 1996, Lecture Notes in Math., vol. 1665, Springer, Berlin, 1997, p. 301–413.

[Sch98] M. SCHMUCKENSCHLÄGER – « Martingales, Poincaré type inequalities, and deviation inequalities », *J. Funct. Anal.* **155** (1998), no. 2, p. 303–323.

[Seg70] I. SEGAL – « Construction of non-linear local quantum processes. I », *Ann. of Math. (2)* **92** (1970), p. 462–481.

[Sha48] C. E. SHANNON – « A mathematical theory of communication », *Bell System Tech. J.* **27** (1948), p. 379–423, 623–656.

[SHK72] B. SIMON & R. HØEGH-KROHN – « Hypercontractive semigroups and two dimensional self-coupled Bose fields », *J. Funct. Anal.* **9** (1972), p. 121–180.

[Sle74] D. SLEPIAN (éd.) – *Key papers in the development of information theory*, IEEE Press [Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc.], New York, 1974, IEEE Press Selected Reprint Series.

[Sob63] S. L. SOBOLEV – *Applications of functional analysis in mathematical physics*, American Mathematical Society, Providence, R.I., 1963, Traduit du russe par F. E. Browder. Translations of Mathematical Monographs, Vol. 7.

[Sta59] A. J. STAM – « Some inequalities satisfied by the quantities of information of Fisher and Shannon », *Information and Control* **2** (1959), p. 101–112.

[Sto88] J. STORER – *Data compression. Methods and theory*, Computer Science Press, 1988.

[Str81a] D. W. STROOCK – « The Malliavin calculus and its application to second order parabolic differential equations. I », *Math. Systems Theory* **14** (1981), no. 1, p. 25–65.

[Str81b] ______, « The Malliavin calculus and its application to second order parabolic differential equations. II », *Math. Systems Theory* **14** (1981), no. 2, p. 141–171.

[Str93a] ______, « Logarithmic Sobolev inequalities for Gibbs states », Dirichlet forms (Varenna, 1992), Springer, Berlin, 1993, p. 194–228.

[Str93b] ______, *Probability theory, an analytic view*, Cambridge University Press, Cambridge, 1993.

[Sud79] V. N. SUDAKOV – « Geometric problems in the theory of infinite-dimensional probability distributions », *Proc. Steklov Inst. Math.* (1979), no. 2, p. i–v, 1–178, Cover to cover translation of Trudy Mat. Inst. Steklov **141** (1976).

[SW49] C. E. SHANNON & W. WEAVER – *The Mathematical Theory of Communication*, The University of Illinois Press, Urbana, Ill., 1949.

[SZ92a] D. STROOCK & B. ZEGARLIŃSKI – « The logarithmic Sobolev inequality for continuous spin systems on a lattice », *J. Funct. Anal.* **104** (1992), no. 2, p. 299–326.

[SZ92b] ______, « The logarithmic Sobolev inequality for discrete spin systems on a lattice », *Comm. Math. Phys.* **149** (1992), no. 1, p. 175–193.

[SZ95] ______, « On the ergodic properties of Glauber dynamics », *J. Statist. Phys.* **81** (1995), no. 5-6, p. 1007–1019.

[Szn91] A.-S. SZNITMAN – « Topics in propagation of chaos », École d'Été de Probabilités de Saint-Flour XIX—1989, Lecture Notes in Math., vol. 1464, Springer, Berlin, 1991, p. 165–251.

[Tal69] G. TALENTI – « Osservazioni sopra una classe di disuguaglianze », *Rend. Sem. Mat. Fis. Milano* **39** (1969), p. 171–185.

[Tal76] G. TALENTI – « Best constant in Sobolev inequality », *Ann. Mat. Pura Appl. (4)* **110** (1976), p. 353–372.

[Tal88] M. TALAGRAND – « An isoperimetric theorem on the cube and the Kintchine-Kahane inequalities », *Proc. Amer. Math. Soc.* **104** (1988), no. 3, p. 905–909.

[Tal95] ______, « Concentration of measure and isoperimetric inequalities in product spaces », *Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math.* (1995), no. 81, p. 73–205.

[Tal96a] M. TALAGRAND – « Transportation cost for Gaussian and other product measures », *Geom. Funct. Anal.* **6** (1996), no. 3, p. 587–600.

[Tal96b] M. TALAGRAND – « New concentration inequalities in product spaces », *Invent. Math.* **126** (1996), no. 3, p. 505–563.

[Tal96c] ______, « A new look at independence », *Ann. Probab.* **24** (1996), no. 1, p. 1–34.

[Tom69] G. TOMASELLI – « A class of inequalities », *Boll. Un. Mat. Ital.* **21** (1969), p. 622–631.

[Tos91] G. TOSCANI – « On Shannon's entropy power inequality », *Ann. Univ. Ferrara Sez. VII (N.S.)* **37** (1991), p. 167–184 (1992).

[Var84] N. T. VAROPOULOS – « Une généralisation du théorème de Hardy-Littlewood-Sobolev pour les espaces de Dirichlet », *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math.* **299** (1984), no. 14, p. 651–654.

[Var85] N. T. VAROPOULOS – « Hardy-Littlewood theory for semigroups », *J. Funct. Anal.* **63** (1985), no. 2, p. 240–260.

[Ver98] S. VERDÚ (éd.) – *Information theory: 1948–1998*, Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc. (IEEE), Zielona Góra, 1998, IEEE Trans. Inform. Theory **44** (1998), no. 6.

[Voi98] D. VOICULESCU – « The analogues of entropy and of Fisher's information measure in free probability theory. V. Noncommutative Hilbert transforms », *Invent. Math.* **132** (1998), no. 1, p. 189–227.

[VP94] J. VAUTHIER & J.-J. PRAT – *Cours d'analyse mathématique de l'agrégation*, 2ème éd., Masson, Paris, 1994.

[Wan97] F.-Y. WANG – « Logarithmic Sobolev inequalities on noncompact Riemannian manifolds », *Probab. Theor. Relat. Fields* **109** (1997), no. 3, p. 417–424.

[Wie48] N. WIENER – *Cybernetics, or Control and Communication in the Animal and the Machine*, Hermann et Cie., Paris, 1948, Actualités Sci. Ind., no. 1053.

[Wu00] L. WU – « A new modified logarithmic Sobolev inequality for Poisson point processes and several applications », *Probab. Theor. Relat. Fields* **118** (2000), no. 3, p. 427–438.

[Yos80] K. YOSIDA – *Functional analysis*, 6ème éd., Springer-Verlag, Berlin, 1980.

[Yos99] N. YOSHIDA – « The log-Sobolev inequality for weakly coupled lattice fields », *Probab. Theor. Relat. Fields* **115** (1999), no. 1, p. 1–40.

[Yos00] ______, « Application of log-Sobolov inequality to the stochastic dynamics of unbounded spin systems on the lattice », *J. Funct. Anal.* **173** (2000), no. 1, p. 74–102.

[Zam98] R. ZAMIR – « A proof of the Fisher information inequality via a data processing argument », *IEEE Trans. Inform. Theory* **44** (1998), no. 3, p. 1246–1250.

[Zeg90] B. ZEGARLIŃSKI – « On log-Sobolev inequalities for infinite lattice systems », *Lett. Math. Phys.* **20** (1990), no. 3, p. 173–182.

[Zeg92] ______, « Dobrushin uniqueness theorem and logarithmic Sobolev inequalities », *J. Funct. Anal.* **105** (1992), no. 1, p. 77–111.

[Zeg96] B. ZEGARLIŃSKI – « The strong decay to equilibrium for the stochastic dynamics of unbounded spin systems on a lattice », *Comm. Math. Phys.* **175** (1996), no. 2, p. 401–432.

[ZF93] R. ZAMIR & M. FEDER – « A generalization of the entropy power inequality with applications. », *IEEE Trans. Inform. Theory* **39** (1993), no. 5, p. 1723–1728 (English).

[Zin96] M. ZINSMEISTER – *Formalisme thermodynamique et systèmes dynamiques holomorphes*, Panoramas et Synthèses, vol. 4, Société Mathématique de France. Paris, 1996.

[Zyg59] A. ZYGMUND – *Trigonometric series*, 2ème éd., vol. I & II, Cambridge University Press, New York, 1959.

INDEX